VISIT…

Жуковский
О
парении
птиц
В24/26
Ж86

Москва
1938 г.

263

Н. Е. Жуковский.

О ПАРЕНИИ ПТИЦ

(Сообщено в Московском Математическом Обществе 1891, октября 22)

БИБЛИОТЕКА
Ин-та Механики
Академии Наук СССР
VI, 4

ИЗДАТЕЛЬСТВО
БЮРО ИНОСТРАННОЙ НАУКИ и ТЕХНИКИ
БЕРЛИН 1922.

8241/96

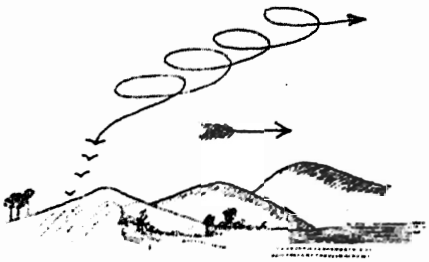
Отдельные оттиски
из Бюллетеня Московского Общества Воздухоплавания.
№№ 1 — 3.

О парении птиц.

Н. Е. Жуковского.

(Сообщено в Московском Математическом Обществе 1891, октября 22).

§ 1. Вступление. Парением называется такой вид полета птицы, при котором она не машет крыльями. Существуют два рода парения: парение с теряемою высотою или скольжение птицы по воздуху и парение с сохраняемою или выигрываемою высотою. Второй род, который собственно и называется парением, обусловливается довольно значительною массою птицы и существованием ветра. Пример такого полета мы имеем на фиг. 1, заимствованной из статьи S. E. Peal [1]). Орел, расположив свои крылья против ветра, поднимается вверх по ветру и, не сделав ни одного удара крыльями, забирается кругами на большую высоту. При парении с теряемою высотою работа, поглощаемая сопротивлением воздуха, вознаграждается на счет потерянной высоты. Этот вид парения не возбуждает никаких сомнений и для случая скольжения птицы по наклонной прямой обстоятельно исследован [2]). Об'яснения же того обстоятельства, каким образом птица заимствует работу, заключенную в живой силе дующего ветра, до сих пор довольно противоречивы. Многочисленные авторы, которые писали на эту тему, могут быть разделены на две группы. Одни допускают парение птицы при равномерном ветре; другие же думают, что парение возможно только при порывистом ветре, дующем со скоростью уменьшающеюся с высотою, или при восходящем ветре.

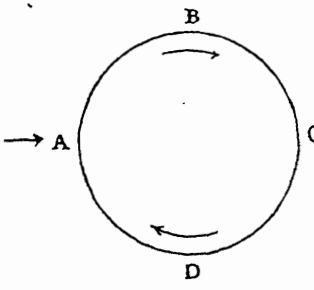


Фиг. 1

[1]) S. E. Peal, „Soaring of Birds". Nature, Vol. XXIII, 1. 11.

[2]) Bretonnière, „Etude sur le vol plané". L'Aéronaute 1891.

Известный американский наблюдатель Davidson [1] полагает, что птица, описывая горизонтальный круг $A\,B\,C\,D$ (фиг. 2), выигрывает живую силу, идя по дуге $A\,B\,C$ в направлении ветра; идя же по дуге $C\,D\,A$ против ветра, она проигрывает менее живой силы нежели она выиграла, потому что теперь она обращается к ветру стороной, представляющей наименьшее сопротивление. Ошибочность этого рассуждения, как замечает Marey, состоит в том, что упускается из вида одно обстоятельство: по прошествии некоторого времени птица на пути $A\,B\,C$ получит скорость ветра и тогда уже не может поддерживаться в воздухе.



Фиг. 2.

С. Джевецкий [2] полагает, что птица выигрывает в равномерном ветре высоту таким маневром. Будучи неподвижна (фиг. 3) в точке A при ветре, дующем со скоростью v', птица падает с высоты h так, что держит плоскость своих крыльев в направлении относительного ветра (скорость относительного ветра слагается из скорости ветра и скорости птицы, взятой в обратную сторону). Так как при этом птица никакой силе, кроме силы тяжести, не подвержена, то ее абсолютное движение будет совершаться по вертикали h, а ее движение относительно текущего воздуха будет совершаться по параболе $A\,B$. В точке B птица приобретает абсолютную скорость $v = \sqrt{2gh}$, направленную по вертикали вниз. В этой точке птица делает поворот крыльев, посредством которого без затраты энергии преобразует упомянутую вертикальную скорость в горизонтальную. После этого начинается восхождение птицы по относительной траэктории $B\,C$ с начальною горизонтальною скоростью $v + v'$. В этом движении птица держит плоскость своих крыльев $a\,b$ под некоторым

Фиг. 3.

[1] Davidson, Scientific American, 27 mars 1871.

[2] С. Джевецкий, Теоретическое решение вопроса о парении птиц. С.-Петербург, 1891.

углом к относительной скорости. Пусть этот угол выбран так, что в верхней точке C траэктории BC относительная скорость птицы равна v', т.-е. птица приходит опять в абсолютный покой, поднявшись при этом на высоту h'. Прилагая теорему живых сил к относительному движению по траэктории BC, пишем:

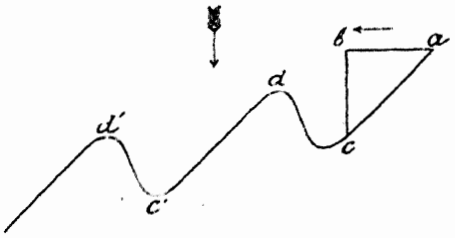
$$h' = \frac{(v+v')^2}{2g} - \frac{v'^2}{2g} = h + \frac{v\,v'}{g},$$

откуда

$$h' - h = \frac{v\,v'}{g}.$$

Так как птица в точке C находится в тех же условиях, как в A, то она может повторить описанный маневр и, продолжая действовать так, будет постоянно выигрывать высоту.

Мне кажется, что в этом рассуждении все верно за исключением слов, написанных курсивом. Птица может в спокойном воздухе посредством постепенного изменения угла наклонения своих крыл изменить направление своей абсолютной скорости, не затрачивая энергии; точно то же она может сделать на ветре с относительною скоростью; но невозможно, по моему мнению, на ветру изменить абсолютную вертикальную скорость в горизонтальную, не изменив энергии. Если бы г. Джевецкий включил процесс изменения направления скорости в относительное движение птицы по траэктории BC, то теорема живых сил в относительном движении дала бы ему вместо вышеприведенной формулы — следующую:



Фиг. 4

$$h' = \frac{v^2 + v'^2}{2g} - \frac{v'^2}{2g} = h,$$

и никакого выигрыша высоты не получилось бы.

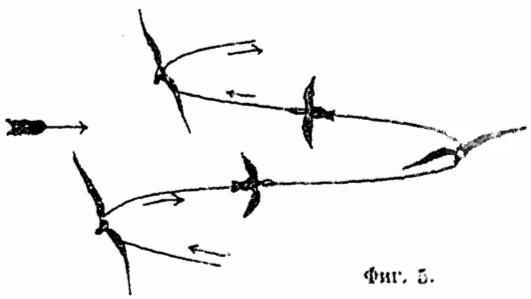
Профессор Magnus Blix [1]) об'ясняет парение птиц в равномерном ветре таким образом.

Пусть фиг. 4 изображает горизонтальную проэкцию траэктории птицы в абсолютном движении. В точке a птица

[1]) Magnus Blix, „Une nouvelle théorie sur le vol à voile des oiseaux, Revue générale des sciences pures et appliquées, 1890, p. 737.

имеет абсолютную скорость, направленную перпендикулярно к направлению ветра. Если бы ветра не было, то птица прошла бы от своей скорости в некоторое время путь $a\,b$; под действием же ветра она пройдет путь $a\,c$, причем ее скорость в точке c будет более скорости ветра и ее первоначальной скорости. В точке c птица особым маневром изменяет направление своей абсолютной скорости без затраты энергии и начинает двигаться по $c\,d$ против ветра. При этом она может выиграть высоту и придти в точку d с тою же горизонтальною скоростью, перпендикулярною к направлению ветра, какую она имела в точке a. Потом описанный маневр повторяется и т. д. Легко видеть, что погрешность этого рассуждения та же, что и предыдущего.

Weyher [1]) думает об'яснить парение на равномерном ветре из рассмотрения центробежной силы птицы.



Фиг. 5.

Ястреб поднимается вверх по винтовой траектории (фиг. 5), поворачиваясь против ветра нижнею подкладкою своих крыл всякий раз, как пролетает ветряную сторону орбиты. Здесь силе ветра противодействует центробежная сила и сила веса птицы, при этом от силы ветра еще остается некоторая слагающая по пути, уравновешивающая сопротивление воздуха на тело птицы. Здесь ошибочность рассуждения того же характера, как у Davidson.

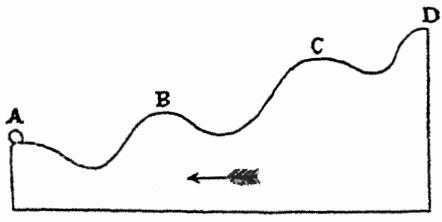
Мы переходим теперь к изложению мнений тех авторов, которые рассматривают неравномерный ветер.

Mouillard [2]) не отвергая возможности парения в равномерном ветре, полагает, что главною причиною этого рода полета птицы являются удары ветра. Они должны происходить, когда птица идет по ветру, и действуют подобно ударам палки, которою ребенок гонит серсо.

Подобное же воззрение имеет знаменитый исследователь полета птиц — Marey [3]). Он предполагает, что птица поль-

[1]) Weyher, „Observations sur le vol plané par orbes". L'Aéronaute, 1890.
[2]) Mouillard, L'empire de l'air. Paris, 1881.
[3]) Marey, Le vol des oiseux, cap. XX. Paris, 1890.

зуется усилением ветра, чтобы, расположив надлежащим образом свои крылья против ветра, выиграть высоту; при ослаблении же ветра птица ниспадает вниз и преобразует выигранную высоту в скорость. Marey демонстрирует свою мысль следующим прибором M. Basin. Шарик A лежит на дощечке, обрезанной по волнообразной кривой $A\,B\,C\,D$, причем вершины A, B, C ..... имеют увеличивающиеся высоты. Выведя шарик из положения равновесия, даем ему падать по кривой $A\,B$; при этом он не дойдет до B. Но если мы в тот момент, как шарик остановится, двинем дощечку по направлению стрелки, то шарик по инерции может пройти вершину B и начать движение по кривой $B\,C$. Здесь мы дощечку остановим и опять двинем ее, когда шарик, не дойдя до C, остановится и т. д. Подобным образом получается движение шарика с выигрываемою высотою, аналогичное парению, причем роль усилений ветра играет здесь движение пластинки.



Фиг. 6.

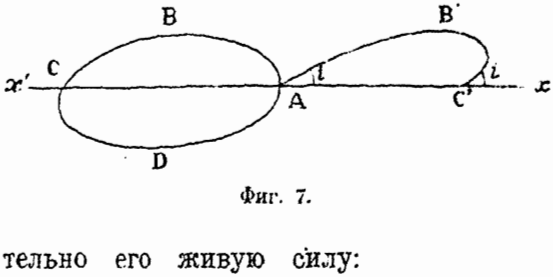
Об'ясняя явление парения неравномерным ветром, Marey не решается однако высказаться вполне определенно о невозможности выигрыша энергии на постоянном ветре и говорит, что об этом деликатном вопросе должны высказать свое мнение математики.

Математиком, высказавшемся вполне определенно на этот вопрос, был лорд Rayleigh [1]), который свою статью о парении птиц начинает такими словами: «Я утверждаю, что, если мы знаем что-нибудь в механике, то достоверно, что птица, не работая своими крыльями, не может удерживаться на одной высоте ни в спокойном воздухе, ни в равномерном ветре».

По мнению английского ученого парение возможно только в трех случаях: 1) путь птицы не горизонтален, 2) ветер не горизонтален, 3) ветер не равномерен. Первый случай соответствует скольжению птицы по воздуху; второй будет указан нами при изложении мнения Otto Lilienthal. Лорд Rayleigh в своей статье останавливается только на третьем случае, причем рассматривает неравномерность ветра по отношению к высоте, т. е. предполагает, что скорость ветра убывает с приближением к земле. Допустив (фиг. 7) для простоты два слоя

[1]) Rayleigh, „The Soaring of Birds“. Nature, Vol. XXVIII, 1. 534.

воздуха, разделенные плоскостью xx' и движущиеся с различными скоростями, лорд Rayleigh обнаруживает, что птица, переходя последовательно из одного слоя в другой, может выигрывать работу. Предположим, что обоим слоям и птице сообщены скорости, противоположные скорости нижнего слоя. Тогда мы получим неподвижный нижний слой и верхний, скользящий по нем влево со скоростью w, равною разности скоростей обоих слоев. Предположим, что птица в точке A переходит из нижнего слоя в верхний со скоростью u, перпендикулярною xx'. Ее скорость относительно верхнего слоя будет $\sqrt{u^2 + w^2}$. С этою начальною скоростью птица описывает в движении относительно верхнего слоя путь $AB'C'$ и располагает его так, чтобы в точке C' был образован с осью xx' такой же угол i, как в точке A. Скорость птицы относительно верхнего слоя в точке C' будет равна, но противоположна ее скорости в точке A. При переходе же в нижний слой птица получит относительно его живую силу:



Фиг. 7.

$$\frac{m(u^2 + 4w^2)}{2},$$

которая будет более ее первоначальной живой силы на $2mw^2$. Такое приращение живой силы будет получаться после всякого пролетания птицы по верхнему слою. Траэктория $AB'C'$ движения относительно верхнего слоя по отношению к нижнему слою представится некоторою траэкториею ABC и может составить вместе с траэкториею ADC птицы в нижнем слое некоторую замкнутую кривую $ABCDA$.

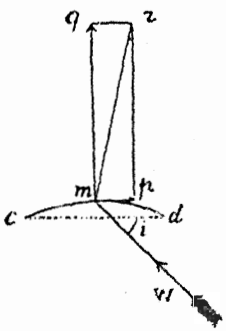
Аналогичное об'яснение явления парения птицы дает также Parseval [1]).

Hubert Airy [2]) вместо общей неравномерности скоростей воздушных течений, предполагает, что в этих течениях вследствие трения о землю зарождаются вихри с горизонтальными осями, которые забираются на некоторую высоту и могут

[1]) Parseval, Die Mechanik des Vogelflugs. Wiesbaden 1889, S. 122.
[2]) Hubert Airy, „The soaring of Birds", Nature, vol. XXVIII, 596.

быть усмотрены при исследовании формы облаков. Эти громадные вихревые шнуры дают в одной своей половине потоки восходящего воздуха, и птица, следуя за таким шнуром, может продолжительное время пользоваться потоками восходящего воздуха.

В чем состоит пользование потоком восходящего воздуха, раз'яснил Otto Lilienthal[1]) в своих остроумных исследованиях сопротивления ветру вогнутых поверхностей. Предположим, что разрез крыла птицы вертикальною плоскостью, параллельною ее оси, будет *cmd*. Lilienthal нашел, что удар несколько восходящего ветра вносит, кроме вертикального давления *mq*, еще некоторую горизонтальную составляющую *mp* силы сопротивления воздуха, которая для определенных углов *i* направляется против относительного ветра *w*. Вертикальная составляющая уравновешивает вес птицы, а горизонтальная — уравновешивает силу сопротивления воздуха на тело птицы. Таким образом птица может поддерживаться в воздухе и лететь по ветру или против ветра.



Фиг. 8.

Вот каковы воззрения на явление парения различных ученых.

Что касается до математического анализа этого вида летания, то, как уже было сказано, обстоятельно исследовано только скольжение птицы по прямой, наклонной к горизонту.

В предлагаемом сочинении мы имеем в виду дать полное решение задачи о скольжении птицы в покойном воздухе и показать, каким образом найденное движение видоизменяется в воздухе, текущем горизонтальными слоями разной скорости, дующем порывами или имеющем легкое восходящее движение.

§ 2. Законы сопротивления воздуха, необходимые для исследования парения. Мы рассматриваем задачу о парении птицы не как задачу аэродинамики, которая представляет непреодолимые трудности, а как задачу механики твердого тела, полагая, что законы сопротивления воздуха на крылья и тело птицы устанавливаются опытным путем.

---

[1]) Otto Lilienthal, Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst, Berlin 1889, S. 81.

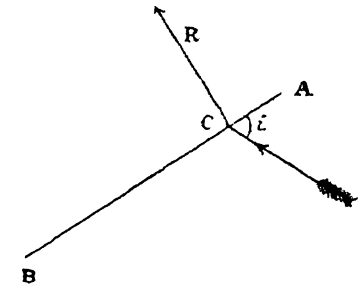
Первым законом, управляющим явлением, представляется столь много обращающий теперь на себя внимание закон синуса. Если будем рассматривать парящую птицу, как тонкую пластинку AB (фиг. 9) площади S, и назовем чрез i малый угол, образуемый ею с относительною скоростью ветра v, то упомянутый закон дает для силы сопротивления [1]):

$$R = 0{,}13\, S\, v^2 \operatorname{sn} i \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Составляющия F и N этой силы по направлению скорости v и по перпендикуляру к этому направлению будут:

$$\left.\begin{aligned} F &= 0{,}13\, S\, v^2 \operatorname{sn}^2 i \\ N &= 0{,}13\, S\, v^2 \operatorname{sn} i \operatorname{cs} i \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Из этих формул видно, что при малом угле i (парящая птица не образует с относительным ветром угла большего 15°) величина F мала сравнительно с N. Составляющие силы давления воздуха на движущуюся птицу было бы вернее определять для данного угла i прямо по таблицам Otto Lilienthal[2]), причем следовало бы обратить внимание на вогнутость крыльев и определить особо сопротивление на тело птицы. Но такая замена форм. (2) иными выражениями, пропорциональными v^2, будет в нашем анализе влиять только на числовые значения параметров. И для того, чтобы читатель имел перед глазами некоторые окончательные простые величины, мы будем придерживаться в нашем изложении форм. (2), предоставляя желающему сделать в наших выводах соответствующую замену постоянных величин — величинами более точными.



Фиг. 9.

Второй закон сопротивления среды, который ляжет в основу нашего исследования, есть закон Avanzini[3]) о центре парусности. Мы называем центром парусности точку приложения силы давления ветра на пластинку: Avanzini нашел, что центр парусности лежит в центре тяже-

---

[1]) Coupil, La locomotion aérienne. Charleville 1884, pag. 37.

[2]) Otto Lilienthal, Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst. Berlin 1889, Tafel II.

[3]) Avanzini, Instituto nationale italiano, T. I. parte 1.

сти пластинки, когда удар потока нормален к пластинке; если же он образует с плоскостью пластинки некоторый угол, то центр парусности подвигается в ту сторону, откуда идет поток. Avanzini производил свои наблюдения над водою; такие же наблюдения впоследствии проделал Joëssel [1]), который дал для определения места центра парусности формулу:

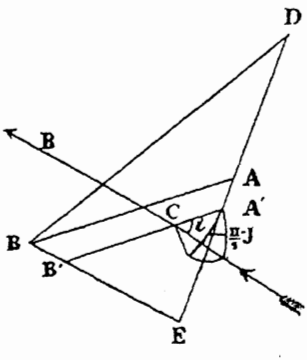
$$\varrho = (0{,}2 + 0{,}3\ sn\ i)\ L, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

где ϱ представляет расстояние AC (фиг. 9) центра парусности от края A прямоугольной пластинки, лежащего против потока, а L есть длина AB пластинки. Из форм. (3) видно, что при $i=o$, $\varrho = \frac{1}{5} L$. Исследование центра парусности для воздушного потока произвел Kummer [2]). Мы сами устроили несколько приборов, посредством которых определили законы изменения места центра парусности для пластинок различных форм, пользуясь как ветром, так и движением пластинок в воздухе. Имея в виду в другой статье подробно изложить законы центра парусности, остановим здесь внимание читателя только на следующем: всякому определенному положению центра парусности на пластинке соответствует определенное направление ветра относительно пластинки, при чем скорость ветра оказывает на это направление весьма незначительное влияние; когда центр парусности находится в центре тяжести площади пластинки какой бы то ни было формы, тогда $i = \frac{\pi}{2}$; при передвижении центра парусности по оси симметрии пластинки к ее краю угол i уменьшается и ветер дует от того края, к которому подходит центр парусности: угол i обращается в 0 прежде, нежели центр парусности доходит до края пластинки, при чем для прямоугольных и круглых пластинок при $\varrho = \frac{L}{5}$ действительно $i = 0$; когда центр парусности лежит не на оси симметрии пластинки, тогда направление ветра образует некоторый угол i с этою осью, а плоскость, проходящая через эту ось и направление ветра, нагибается к плоскости пластинки под некоторым углом $\frac{\pi}{2}$ — так, что проэкция скорости ветра на плоскость пластинки

[1]) Joëssel, Mémorial du Génie Maritime, 1870.
[2]) Kummer, Ueber die Wirkung des Luftwiderstandes. Berlin 1875.

идет с той стороны, куда передвинулся центр парусности от оси симметрии.

Об этом последнем обстоятельстве следует сказать здесь несколько подробнее.



Фиг. 10.

Пусть (фиг. 10) BDE будет треугольная пластинка, подверженная действию ветра v, направление которого лежит в плоскости чертежа, пересекающей пластинку по некоторой прямой $A'B'$, параллельной оси пластинки AB. Если желаем, чтобы центр парусности лежал в точке C на $A'B'$, то плоскость пластинки следует расположить не перпендикулярно к плоскости чертежа, а надо ее нагнуть краем $A'B'E$ вниз так, чтобы угол между плоскостью этого края и плоскостью чертежа был $\frac{\pi}{2} - j$. Синус угла наклонения скорости ветра v к плоскости пластинки будет выражен, как видно из изображенного на фигуре сферического треугольника, произведением $csj.\ sni$. Вследствие этого форм. (1) заменится для рассматриваемого положения центра парусности формулою:

$$R = 0{,}13\ S\ v^2\ cs\ j\ sn\ i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

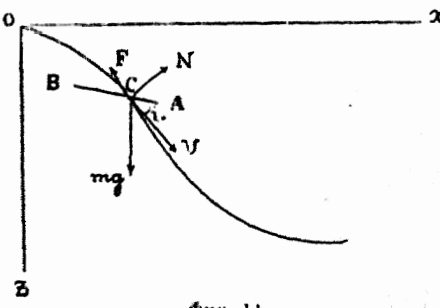
Три же проэкции силы R на направление скорости v, на направление оси, перпендикулярной к v и лежащей в плоскости чертежа, и на направление оси, перпендикулярной к плоскости чертежа, будут:

$$\left.\begin{aligned} F &= 0{,}13\ S\ v^2\ cs^2\ j\ sn^2\ i \\ N &= 0{,}13\ S\ v^2\ cs^2\ j\ cs\ i\ sn\ i \\ N' &= 0{,}13\ S\ v^2\ cs\ j\ sn\ j\ sn\ i \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

Обращаемся теперь к раз'яснению вопроса о вращении парящей птицы около центра ее тяжести. Так как моменты инерции птицы относительно осей, проходящих чрез центр ее тяжести, незначительны, парение же совершается весьма плавно, то можно принять, что всякая пара сил, развившаяся вследствие сопротивления воздуха, скоро поворачивает птицу так, что момент этой пары обращается в нуль. Парящая птица, так сказать, во всякий момент времени остается уравновешен-

ной относительно своего центра тяжести. Это значит, что направление силы сопротивления воздуха должно во всякое время проходить чрез центр тяжести птицы. Продолжая сравнивать птицу с пластинкой, скажем, что центр тяжести птицы во время ее парения совпадает с центром парусности. Но так как, по сказанному выше, углы i и j, а следовательно и отношение составляющих сил $F : N : N'$ вполне зависят от места центра парусности, то птица может изменять эти величины по своему произволу. Для этого она или изменяет место центра тяжести при неизменном расположении крыльев и хвоста, или изменяет расположение крыльев и хвоста.

§ 3. Скольжение птицы в вертикальной плоскости при спокойном воздухе. Возьмем (фиг. 11) начало осей координат в начальном положении центра тяжести птицы o и направим: ось oz по вертикальной линии вниз, а ось ox по горизонтальной линии так, чтобы плоскость xoz содержала бы в себе начальную скорость птицы. Предполагаем, что центр тяжести птицы C лежит на оси ее симметрии AB и настолько продвинут к концу A, что угол i скорости центра тяжести птицы с осью AB весьма не велик. Плоскость птицы будет при указанном месте центра парусности перпендикулярна к плоскости чертежа. Если во все время парения птица будет оставлять неизменными расположение своих крыльев и хвоста и место своего центра тяжести относительно их, то угол i будет во все время полета оставаться неизменным. Посмотрим, какова будет траэктория центра тяжести птицы. Называя через m массу птицы, будем иметь материальную точку C этой массы, движущуюся под действием силы тяжести mg и сил сопротивления воздуха F и N.



Фиг. 11.

Относя дифференциальные уравнения движения к нормали и касательной траэктории и называя чрез Θ угол касательной с осью ox, пишем:

$$N + m\frac{v^2}{\varrho} = mg\cos\Theta, \qquad d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = mg\,dz - F\,ds \qquad (6)$$

где N и F имеют значения, указанные в форм. (2), ϱ есть радиус кривизны, считаемый положительным, когда траектория направлена вогнутостью вниз, а ds есть элемент дуги траектории.

Вносим в форм. (6) значения сил N и F и полагаем для сокращения письма:

$$\alpha = \frac{0{,}13\, S\, sn\, i\, cs\, i}{m}, \qquad \beta = \frac{0{,}13\, S\, sn^2\, i}{m} \quad \ldots (7)$$

Далее замечаем, что

$$ds = \frac{dz}{sn\,\Theta} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d\Theta}{ds} = \frac{sn\,\Theta\, d\Theta}{dz} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

Вследствие этого ур. (6) можно будет написать в таком виде:

$$\alpha + sn\,\Theta \frac{d\Theta}{dz} = \frac{g\, cs\,\Theta}{v^2}, \quad \ldots\ldots (10)$$

$$v^2 = 2g(z+h) - 2\beta \int \frac{v^2\, dz}{sn\,\Theta}, \quad \ldots\ldots (11)$$

где h высота, соответствующая начальной скорости. Остановимся сначала на одном частном решении найденных уравнений. Если предположим, что в ур. (10) и (11) угол Θ и скорость v постоянны, то получим:

$$v^2 = \frac{g\, cs\,\Theta}{\alpha} = 2z\left(g - \frac{v^2\beta}{sn\,\Theta}\right) + 2gh.$$

Так как v постоянно, то скобка при z должна быть нулем и мы должны иметь:

$$v^2 = \frac{g\, cs\,\Theta}{\alpha} = \frac{g\, sn\,\Theta}{\beta}, \quad \ldots\ldots (12)$$

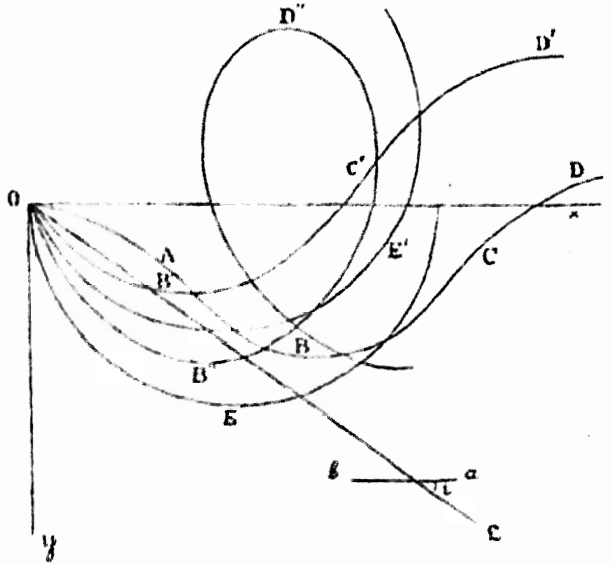
или по форм. (7)

$$\Theta = i, \quad v^2 = \frac{g\, m}{0{,}13\, S\, sn\, i}. \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

Птица будет скользить по наклонной прямой $O\,L$ (фиг. 12), держа плоскость крыльев горизонтально, при чем

всякому углу i наклонения этой прямой соответствует своя скорость скольжения.

Чтобы разобрать общий случай волнообразной траэктории, сделаем теперь одно приближение. В виду того, что по форм. (7) при малом угле i величина β мала сравнительно с α, примем при первоначальном определении траэктории, что $\beta = o$. Потом, построив одну полуволну траэктории, определим по форм. (11), сколько на этом пути теряется энергии вследствие того, что β не равно нулю. Эту потерю энергии от-



Фиг. 12.

несем к уменьшению скорости в конце найденного пути и будем определять вид следующей полуволны траэктории уже с этою измененною начальною скоростью и т. д.

Итак, берем

$$v^2 = 2g(z+h).$$

Тогда ур. (10) принимает вид:

$$\frac{d\,cs\,\Theta}{dz} + \frac{cs\,\Theta}{2(z+h)} = \alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Интегрирующий множитель этого линейного дифференциального уравнения есть

$$\sqrt{z+h}.$$

Умножая на него и интегрируя, получаем:

$$\sqrt{z+h}\ cs\,\Theta = \frac{2}{3}\alpha (z+h)^{\frac{3}{2}} + C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Произвольное постоянное C определяется по начальному значению угла наклонения скорости птицы Θ_0. Оно будет:

$$C = \sqrt{h}\ cs\theta_0 - \frac{2}{3}\alpha h^{\frac{3}{2}},$$

так что

$$cs\theta = \frac{2}{3}\alpha(z+h) + \frac{\sqrt{h}\left(cs\theta_0 - \frac{2}{3}\alpha h\right)}{\sqrt{z+h}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Здесь можно бы выразить $cs\ \Theta$ через $\frac{dz}{dx}$ и совершить дальнейшее интегрирование, но нам гораздо выгоднее исследовать вид различных траэкторий скользящей птицы прямо по форм. (16).

В двух частных случаях, когда $h = o$ или

$$h = \frac{3\ cs\,\Theta_0}{2\alpha},$$

уравнение (16) принимает простые виды:

$$z = \frac{3}{2\alpha}\ cs\,\Theta, \qquad z = \frac{3}{2\alpha}(cs\,\Theta - cs\,\Theta_0) \quad . \quad . \quad (17)$$

Первое уравнение соответствует окружности OE (фиг. 12), имеющей центр на оси ox и радиус

$$\frac{3}{2\alpha} = \frac{3m}{0{,}13\,S\,sn\,(2i)}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

по этому кругу движется планер, начинающий свое падение без начальной скорости по вертикали вниз, наподобие летучей мыши.

Второе уравнение дает нам окружность OE' того же радиуса, но центр ее лежит над осью ox на расстоянии

$$\frac{3}{2\alpha}\ cs\,\Theta_0.$$

Обращаясь к общему виду ур. (16), рассмотрим его сперва в предположении, что

$$cs\,\Theta_0 > \frac{2}{3}\,\alpha h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

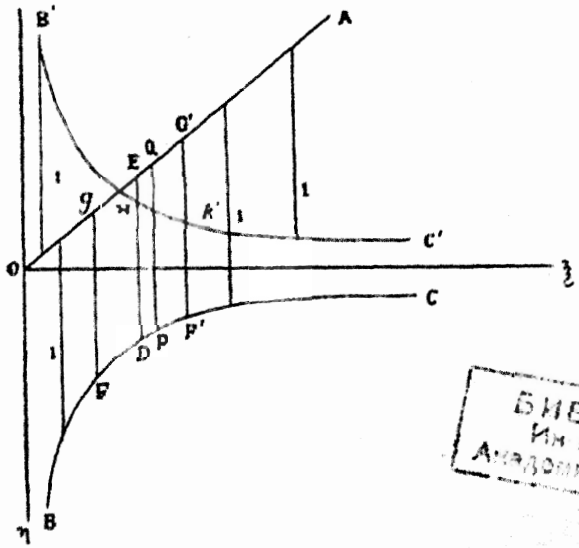
Положим для сокращения письма $z+h=\xi$ и рассмотрим на некоторых прямоугольных осях (ξ, η) (фиг. 13) две линии:

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \frac{2}{3}\alpha\xi, \\ \eta' &= -\sqrt{h}\left(cs\theta_0 - \frac{2}{3}\,\alpha h\right)\xi^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (20)$$

Первая из этих линий представляет некоторую прямую $O\,A$, вторая кубическую гиперболу $B\,C$. По форм. (16) имеем:

$$cs\,\Theta = \eta - \eta', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

где $\eta - \eta'$ есть вертикальная хорда $D\,E$, заключенная между двумя упомянутыми линиями. Из чертежа видно, что эта



Фиг. 13.

БИБЛИОТЕК
Ин-та механики
Академии Наук СС

хорда имеет при известном значении ξ наименьшую величину $P\,Q$. Эта наименьшая величина может соответствовать значению ξ большему или меньшему h, смотря по вели-

чине $cs\,\Theta_0$. Для наименьшего значения упомянутой хорды или $cs\,\Theta$ мы должны определить ξ из уравнения:

$$\frac{d\eta}{d\xi} - \frac{d\eta'}{d\xi} = 0$$

или

$$\sqrt{h}\left(cs\theta_0 - \frac{2}{3}\alpha h\right) = \frac{4}{3}\xi^{\frac{3}{2}}\alpha.$$

Если $\xi \gtrless h$, то

$$\sqrt{h}\left(cs\theta_0 - \frac{2}{3}\alpha h\right) \gtrless \frac{4}{3}h^{\frac{3}{2}}\alpha,$$

откуда

$$cs\theta_0 \gtrless 2\alpha h. \qquad \ldots \quad (22)$$

При верхнем знаке неравенства (22) $cs\,\Theta_0$ представляется на фиг. (13) некоторою хордою $F\,G$. Увеличивая ξ мы уменьшаем $cs\,\Theta$ и доводим его до наименьшего значения $P\,Q$, после чего, при дальнейшем увеличивании ξ, мы увеличиваем $cs\,\Theta_0$ и доводим его до значения, равного единице; после этого ξ по необходимости начинает уменьшаться и $cs\,\Theta$ идет через все рассмотренные значения назад, пока не достигнет опять до значения единицы при некотором $\xi < h$.

Это соответствует на фиг. (12) траэктории $O\,A\,B\,C\,D$, которая имеет в точке A точку перегиба, в B — вершину, в C — другую точку перегиба и в D — другую вершину. При этом, разумеется, правая и левая половины кривой симметричны; только левая половина начинается в точке O ниже левой верхней вершины, но выше левой точки перегиба.

При нижнем знаке неравенства (22) $cs\,\Theta_0$ соответствует хорде $E'\,G'$. При возрастании ξ и $cs\,\Theta$ идет возрастая, пока не обратится в единицу; после этого ξ начинает уменьшаться и $cs\,\Theta$ проходит чрез все значения хорд, представленных на фиг. 13, изменяясь от единицы до единицы.

Это соответствует на фиг. (12) траэктории $O\,B'\,C'\,D'$, в которой левая половина ветви сокращена тем, что точка O взята ниже левой верхней вершины и ниже левой точки перегиба.

Как промежуточный между двумя рассмотренными случаями является случай:

$$cs\,\Theta_0 = 2\,\alpha\,h\,,$$

охарактеризованный форм. (12) и (13) и представляющий прямолинейную траэкторию $O\,L$.

Переходим теперь к исследованию траэктории при существовании неравенства:

$$cs\,\Theta_0 < \frac{2}{3}\,\alpha\,h \quad \ldots\ldots \quad (23)$$

В этом случае второе ур. (20) дает кубическую гиперболу $B'\,C'$, а ур. (21) показывает, что $cs\,\Theta$ выражается вертикальною хордою $E\,H$, заключенною между этою гиперболою и прямою $O\,A$. Легко увидеть, что здесь никакого наименьшего значения для $cs\,\Theta$ не будет получаться, и он может изменяться от $+1$ до -1, переходя через 0. Если, например, начальное значение $cs\,\Theta_0$ выражается хордою $K'\,G'$, то с увеличиванием ξ будет увеличиваться и $cs\,\Theta$, пока не достигает до 1; после этого ξ начнет уменьшаться и $cs\,\Theta$ — тоже; при этом $cs\,\Theta$ при некотором значении $\xi < h$ перейдет чрез 0 и, сделавшись отрицательным, будет уменьшаться до -1. Это соответствует на фиг. (12) траэктории $O\,B''\,D''$, не имеющей точек перегиба и представляющей некоторые петли.

Остановим наше внимание на траэкториях, охарактеризованных неравенством (19), и, приняв $\Theta_0 = 0$, определим величину ξ, соответствующую вершине B. Из ур. (16) находим для рассматриваемого случая

$$\frac{2}{3}\alpha\xi + \frac{\sqrt{h}\left(1-\frac{2}{3}\alpha h\right)}{\sqrt{\xi}} - 1 = 0$$

или

$$(\sqrt{\xi}-\sqrt{h})\left(\xi + \sqrt{\xi}\sqrt{h} + h - \frac{3}{2\alpha}\right) = 0.$$

Корень $\sqrt{\xi} = h$ соответствует вершине O, вершине же B соответствует корень:

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{\xi} &= \frac{1}{2}\left[-\sqrt{h}+\sqrt{h+4\left(\frac{3}{2\alpha}-h\right)}\right]\\ &= \frac{1}{2}\left(-\sqrt{h}+\sqrt{\frac{6}{\alpha}-3h}\right).\end{aligned}\right\} \quad . . \quad (24)$$

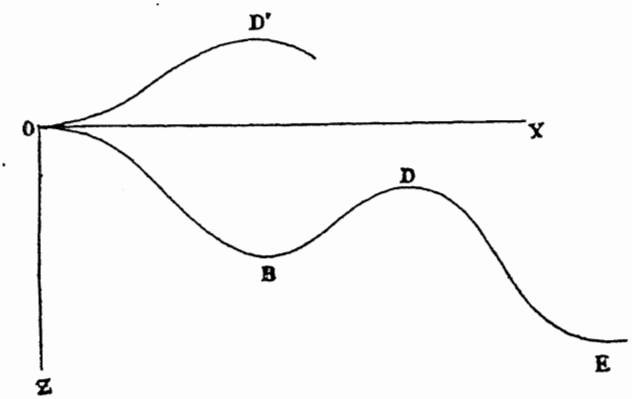
Этот корень в силу неравенства (19) положителен. Он будет более или менее $\sqrt{h}$, смотря по тому, возьмем ли мы в неравенстве (22) верхний или нижний знак неравенства. Действительно, при верхнем знаке неравенства мы можем в форм. (24) вместо $\frac{6}{\alpha}$ подставить меньшую величину $12\,h$ и получить для вершины B (фиг. 14):

$$\sqrt{\xi} > \sqrt{h};$$

при нижнем же знаке неравенства, соответствующем кривой $O\,D'$, мы можем вместо $\frac{6}{\alpha}$ подставить большую величину $12\,h$ и получить:

$$\sqrt{\xi} < \sqrt{h}.$$

С увеличением h величина ξ уменьшается. Это показывает, что с возрастанием начальной скорости вершины B и D



Фиг. 14.

приближаются к оси Ox. Легко указать, что эти вершины отстоят всегда ближе от оси Ox, нежели на расстоянии ради-

уса круга, данного форм. (18). Для точки B имеем, полагая во второй части форм. (24) $h=0$:

$$\xi < \sqrt{\frac{3}{2\alpha}},$$

откуда и подавно

$$z < \frac{3}{2\alpha}.$$

Для точки D' имеем:

$$z+h>0, \quad (-z)<h,$$

откуда и подавно

$$(-z) < \frac{3}{2\alpha}.$$

Переходим теперь к определению убыли энергии на полуволне OB, происходящей от того, что β в форм. (11) не равно нулю. Это уменьшение будет охарактеризовано следующим уменьшением постоянного h:

$$\delta h = -2\beta \int^{\xi} \frac{\xi d\xi}{sn\theta}. \qquad \ldots . \quad (25)$$

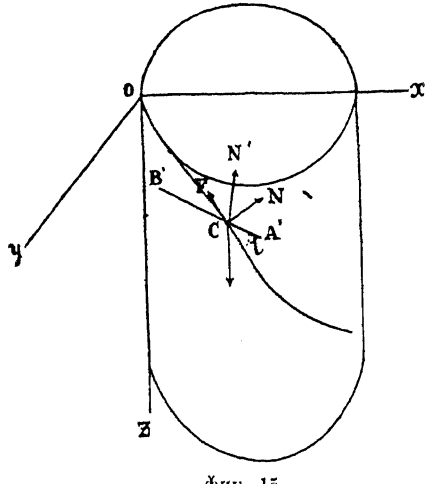
где верхний предел ξ определяется по форм. (24), величина же $sn\,\Theta$ должна быть выражена чрез переменное $\xi = z+h$ по форм. (16). Числовая величина этого интеграла может быть найдена с помощью вычисления некоторой площади, построяемой на фиг. (13), но мы не будем на этом останавливаться.

На основании форм. (25) скорость птицы в точке B должна быть принята равной

$$v = \sqrt{2g(\xi - \delta h)}.$$

С этою начальною скоростью птица описывает дальнейшую полуволну своего пути BD, при чем точка D будет, очевидно, лежать ниже точки O. На новом пути BD по фор. (25) опять определяем потерю энергии и т. д. Таким образом будет найдена приближенная траэктория $OBDE$..... птицы, скользящей по спокойному воздуху; при этом последовательные вершины B, D, E ..... будут все более и более понижаться.

§ 4. Скольжение птицы в спокойном воздухе в случае, когда горизонтальная проэкция ее траэктории есть кривая линия. Отнесем движение (фиг. 15) к прямоугольным осям $x\,y\,z$, имеющим начало в начальном положении птицы и направленным: ось $o\,z$ по вертикали вниз, а оси $o\,x$ и $o\,y$ горизонтально. Построим прямой вертикальный цилиндр, проходящий чрез траэкторию центра тяжести птицы, и, положим, что плоскость крыльев птицы пересекает касательную плоскость этого цилиндра по некоторой прямой $A'\,B'$, параллельной оси ее симметрии. Вследствие того, что центр тяжести не лежит на оси симметрии птицы, плоскость ее крыльев не будет перпендикулярна к касательной плоскости цилиндра, а образует с нею некоторый угол $\frac{\pi}{2} - j$, при чем меньшая половина парусности будет лежать внутри цилиндра и будет нагнута вниз.



фиг. 15.

Называя чрез i угол между траэкториею и прямою $A'\,B'$, выразим компоненты F, N, N' силы сопротивления воздуха в направлении касательной к траэктории, в направлении оси, перпендикулярной к этой касательной и лежащей в касательной плоскости к цилиндру, и в направлении нормали цилиндра по форм. (5).

После этого мы можем написать, во-первых, дифференциальные уравнения, аналогичные ур. (6):

$$\left.\begin{aligned} N + \frac{m\,v^2}{\varrho} &= m\,g\,cs\,\Theta \\ d\,\frac{m\,v^2}{2} &= m\,g\,dz - F\,d\,s \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (26)$$

где ϱ есть радиус кривизны траэктории, развернутой вместе с цилиндром, $\frac{\pi}{2} - \Theta$ есть угол касательной траэктории с осью $O\,z$ и $d\,s$ есть элемент дуги траэктории.

Во-вторых, замечаем, что движение проэкции птицы по плоскости $x\,y$ можно рассматривать, как движение материальной точки массы m, подверженной действию силы N' и сил, выражающих проэкции F и N на плоскость $x\,y$. Так как эти две проэкции прикасаются к горизонтальной проэкции траэктории, а сила N' идет по ее нормали, то

$$\frac{m\,(v\,cs\,\Theta)^2}{R} = N', \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

где R радиус кривизны горизонтальной проэкции траэктории птицы, считаемый положительным в направлении силы N'.

Подставляем в форм. (26) и (27) величины F, N, N' из форм. (5) и вводим обозначения:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{0{,}13.S.cs^2jsnicsi}{m}, \\ \beta &= \frac{0{,}13Scs^2jsn^2i}{m}, \\ \gamma &= \frac{0{,}13Scsjsnjsmi}{m} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Получаем:

$$\alpha + sn\theta\frac{d\theta}{dz} = \frac{gcs\theta}{v^2}, \quad \ldots \quad (29)$$

$$v^2 = 2g(z+h) - 2\beta\int\frac{v^2dz}{sn\theta}, \quad \ldots \quad (30)$$

$$\frac{cs^2\theta}{R} = \gamma. \quad \ldots \quad (31)$$

Первые два уравнения подвергаются вполне тому же анализу, как ур. (10) и (11), и дают нам вид развернутой траэктории, представленный на фиг. (14).

Что касается последнего уравнения, то оно показывает нам, каким образом должен быть изогнут горизонтально-проэктирующий цилиндр траэктории.

Если, например, мы остановимся на частном решении задачи, охарактеризованном форм. (12), то найдем по форм. (28) и (31):

$$\left.\begin{aligned} \Theta &= i \\ v^2 &= \frac{g\,m}{0{,}13\,S\,cs^2\,j\,sn\,i} \\ R &= \frac{m\,cs^2\,i}{0{,}13\,S\,sn\,j\,cs\,j\,sn\,i} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (32)$$

Таким образом здесь R будет постоянная величина, и птица будет опускаться по винтовой линии. При этом радиус круга, представляющего горизонтальную проэкцию ее траэктории будет тем более, чем менее i и j.

Покажем в конце этого параграфа, каким образом определяется угол φ, на который поворачивается птица около вертикальной линии при полете по волнообразной траэктории. Угол φ будем измерять дугой между касательной к горизонтальной проэкции траэктории и осью ox, так что

$$\frac{1}{R} = \frac{d\,\varphi}{d\,s\,cs\,\Theta} = \operatorname{tg}\Theta\,\frac{d\,\varphi}{d\,z} \quad \ldots \quad (33)$$

Подставляя это выражение в форм. (31), определяя $d\varphi$ и интегрируя, получаем:

$$\varphi = \gamma \int_h^{\xi} \frac{d\xi}{cs\theta\;sn\theta} \quad \ldots \quad (34)$$

Сюда следует подставить значения $cs\,\Theta$ и $sn\,\Theta$ из форм. (16) и значение верхнего предела ξ из форм. (24).

Заметим, что надлежащим выбором угла j всегда можно достигнуть того, чтобы форм. (30) давала $\varphi = \pi$, т.-е. чтобы птица, описав в воздухе полную волну, обернулась один раз около горизонтальной оси.

§ 5. Парение птицы в воздухе, текущем горизонтальными слоями, скорость которых убывает с высотою. Перейдем теперь к рассмотрению того выигрыша энергии, который может получиться при парении птицы в воздухе, текущем горизонтальными слоями различной скорости.

Предполагаем сначала, что полет птицы совершается в вертикальной плоскости, проходящей чрез направление скорости и будем исследовать его относительно подвижных осей координат xyz.

Ось Oz направлена по вертикальной линии вниз; ось Ox направлена горизонтально по ветру; ось Oy перпендикулярна к двум первым; начало же координат O движется со скоростью ветра того места, где находится птица.

Очевидно, что при этом сопротивление воздуха будет определяться по скорости птицы относительно наших подвижных осей. Кроме этого сопротивления и силы тяжести на относительное движение птицы будет еще влиять так называемая сила инерции от переносного движения осей. Эта сила будет направлена по оси Ox и будет равна

$$-m\frac{dw}{dt},$$

где w есть скорость того воздушного слоя, в котором находится птица. Пусть скорость слоев, уменьшающаяся книзу, на небольшом районе, в котором парит птица, может быть выражена формулою:

$$w = b - az,$$

где b и a постоянные величины, причем последняя весьма невелика. Упомянутая сила инерции будет:

$$-m\frac{dw}{dt} = -m\frac{dw}{dz}\frac{dz}{dt} = ma\,v\sin\Theta \qquad (35)$$

где v и Θ имеют значения, указанные в § 3.

Вследствие прибавления этой силы инерции мы получим для рассматриваемого относительного движения вместо форм. (10) и (11) следующие:

$$\alpha + \sin\Theta\frac{d\Theta}{dz} + \frac{a\sin^2\Theta}{v} = \frac{g\cos\Theta}{v^2} \qquad (36)$$

$$v^2 = 2g(z+h) - 2\beta\int\frac{v^2dz}{\sin\vartheta} + 2a\int vc\vartheta dz. \qquad (37)$$

Уравнения (36) и (37) могут быть об'интегрированы с приближением совершенно так же, как были об'интегрированы ур. (10) и (11). Именно, вследствие малости β и a мы можем сначала отбросить члены, содержащие эти величины, и получить для траекторий формы, представленные на фиг. (12). Потом мы можем принять во внимание изменение относительной энергии, происходящее оттого, что β и a не суть нули. Вли-

яние β дает изменение энергии, выраженное форм. (25); влияние же a дает нам следующее изменение постоянного h:

$$\delta h' = \frac{a}{g}\int v cs\theta dz = a\sqrt{\frac{2}{g}}\int_h^{\xi}\left(\frac{2}{3}\alpha\xi^{\frac{3}{2}} + \sqrt{h}\left(1-\frac{2}{3}\alpha h\right)\right)d\xi, \quad (38)$$

откуда

$$\delta h' = a\sqrt{\frac{2}{g}}\left\{\frac{4}{15}(\xi^{\frac{5}{2}} - h^{\frac{5}{2}}) + \sqrt{h}\left(1-\frac{2}{3}\alpha h\right)(\xi - h)\right\} \quad (39)$$

В эту форм. надо подставить ξ из форм. (24).

Найденное приращение относительной энергии соответствует нисходящему движению птицы по направлению ветра на пол-волны ее траэктории. Если бы птица после этого совершила свое восходящее движение на следующую половину волны, то она потеряла бы столько энергии, сколько сначала выиграла. Но другое дело будет, если птица делает повороты в горизонтальной плоскости и рассчитывает их так, чтобы нисходящая часть ее полета совершалась по ветру, а восходящая — против ветра. В конце § (4) пояснено, что это может быть всегда достигнуто надлежащим подбором угла j.

Для определения изменения энергии при таком полете мы должны будем в форм. (38) заменить $cs\,\Theta$ на $cs\,\Theta\, cs\varphi$, где φ имеет значение, указанное в § (4). Мы получаем для полуволны траэктории, нисходящей по ветру, такое изменение h.

$$\delta h' = a\sqrt{\frac{2}{g}}\int_h^{\xi}\sqrt{\xi}cs\theta\, cs\varphi d\xi; \quad \ldots \quad (40)$$

а для восходящей полуволны, направленной против ветра, получим такое изменение h.

$$\delta h'' = a\sqrt{\frac{2}{g}}\int_{\xi}^{h}\sqrt{\xi}cs\theta\, cs\varphi' d\xi.$$

Так как по условию для одних и тех же значений ξ с той и другой стороны проэктирующего цилиндра имеем $\varphi' = \pi - \varphi$, то

$$\delta h' = \delta h'',$$

т.-е. на обеих полуволнах траектории будет одинаковый выигрыш относительной энергии от действия ветра, переменного по высоте. Если теперь обратимся к форм. (25), в которой β примем значение форм. (28), и выберем i так, чтобы

$$\delta h + \delta h' = 0,$$

то птица будет сохранять на каждой полуволне постоянную относительную энергию и может продолжать свое парение без потери высоты. Движение, найденное нами на подвижных осях, без труда переводится на абсолютное движение, причем горизонтальная проекция абсолютной траектории дает ряд петель, отступающих по направлению ветра.

§ 6. Парение птицы в порывистом ветре. Предположим, что скорость ветра изменяется со временем по гармоническому закону:

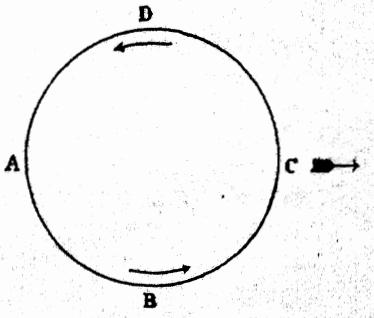
$$w = C + e\,\mathrm{cn}\left(\frac{2\pi}{T}\,t\right)$$

и исследуем движение птицы подобно тому, как это было сделано в предыдущем параграфе, пользуясь подвижными осями x, y, z, расположенными так же, как там, и движущимися с переменною скоростью ветра. При рассмотрении такого относительного движения придется принять во внимание силу инерции

$$-m\frac{dw}{dt} = \frac{2\pi}{T}\,e\,\mathrm{sn}\left(\frac{2\pi}{T}\,t\right) \quad . \; . \quad (41)$$

происходящую от переносного движения осей.

Для того, чтобы эта сила производила все время положительную работу следует лететь по ветру по дуге ABC (фиг. 16) весь тот интервал времени $\frac{T}{2}$, пока скорость ветра убывает, и — против ветра по дуге CDA весь тот интервал времени, пока скорость ветра возрастает. Выбираем углы i и j так, чтобы угол φ, определяемый форм. (34), был бы равен π и, чтобы время полуоборота было:



Фиг. 16.

$$\frac{T}{2}=\int\frac{ds}{v}=\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_h^\xi\frac{d\xi}{sn\theta\sqrt{\xi}}. \qquad . . (42)$$

Выигрыш относительной энергии на полуобороте охарактеризуется при этом следующим приращением h.

$$\delta h'''=\frac{\pi}{T}\frac{c}{g}\int_h^\xi sn\left(\frac{2\pi}{T}t\right)cs\varphi\frac{d\xi}{tg\theta} \qquad . (43)$$

Мы предположили на фиг. (16), что точки A и C суть проэкции птицы в ее самом высоком и самом низком положении; но это обстоятельство не имеет значения, и энергия будет выигрываться, куда бы на горизонтальную проэкцию траэктории упомянутые точки ни проэктировались.

В этом, по моему мнению, заключается причина разноречивости показаний о наблюденных особенностях парения. Brehm и Basté утверждают, что птица, описывая круги, поднимается против ветра и опускается по ветру; Бакунин же из своих наблюдений на Карпатах над парением орлов пришел к противоположному заключению. Все зависит от того, каким источником выигрыша энергии пользуется птица. Если она пользуется ветром, неравномерно распределенным по высоте, то она непременно проделывает маневр, который указали Brehm и Basté; если же она парит на порывистом ветре, то здесь может случиться и такое движение, которое наблюдал Бакунин.

§ 7. Парение птицы в восходящем ветре. Я окончу эту статью, рассмотрев причины парения, которые указали Hubert Airy и Otto Lilienthal. Если на некоторой высоте над землей плывут громадные вихри с горизонтальными осями, то птица, забравшись с той стороны вихря, с которой имеется восходящий поток воздуха, и следя за движением вихря, может некоторое время оставаться в восходящем потоке и описывать благодаря ему в движении относительно некоторых подвижных осей горизонтальные круги. Действительно, разложив скорость ветра на вертикальную составляющую u и горизонтальную w, вообразим некоторые подвижные оси координат

xyz, которые направлены так же, как оси в § 4, но начало которых имеет скорость w. Предположим сначала, что воздух не имеет скорости u и относительно наших подвижных осей находится в покое. Пусть на этих осях совершается винтообразное скольжение птицы, охарактеризованное форм. (32), причем угол i таков, что

$$v^2 = \frac{g\,m}{0{,}13\,S\,c s^2\,j\,sn\,i} = \frac{u^2}{sn^2\,i} \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Что касается до радиуса R горизонтально-проэктирующего цилиндра, то оно будет:

$$R = \frac{u^2}{g}\,\mathrm{ctg}^2\,i\,\mathrm{ctg}\,j \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Таким образом мы имеем на наших подвижных осях птицу, движущуюся по кругу радиуса R и ниспадающую вниз со скоростью u. Если теперь сообщим птице и воздуху поступательное движение вверх со скоростью u, то будем иметь именно тот ветер, о котором идет речь; птица же на наших подвижных осях будет описывать горизонтальный круг радиуса R.

Мы уподобляли при нашем анализе птицу пластинке.

Если бы мы хотели принять во внимание вогнутость крыльев и сопротивление на тело птицы, то должны бы были в форм. (12) и (31) приписать α, β, γ значения, несколько отличающиеся от данных в форм. (28). Эти значения можно бы вычислить по таблицам Otto Lilienthal и форм. сопротивления воздуха на тело птицы. Мы получили бы при этом тот факт, что вогнутое крыло (фиг. 8) при горизонтальности хорды cd может давать силу, уравновешивающую сопротивление воздуха на тело птицы; между тем как при плоских крыльях, рассчитывая отдельно сопротивление воздуха на тело птицы, пришлось бы допустить, что крыло при падении на восходящем ветре по горизонтальному кругу несколько опущено вниз той стороной, в которую летит птица.

Фиг. 17.

Для получения абсолютного движения парящей птицы придется к найденному круговому движению ее прибавить горизонтальное поступательное движение со скоростью w, чрез что найдется траэктория, изображенная на фиг. 17, которую рисует Магеу на основании наблюдений.

Проф. Н. Жуковский.

БИБЛИОТЕКА
Ин-та механики
Академии Наук СССР

Печатано в Берлине у H. S. Hermann & Co.

Жуковский
О
парении
птиц
В24/26
Ж86